Factorisation d'une expression

L'inverse de la distributivité.

1. Une fois que nous savons appliquer le principe de la distributivité il est bon de savoir "faire l'inverse". (Voir le concept qui s'intitule *Distributivité: le principe.*)

   - L'inverse de la distributivité est une forme de *factorisation*.
   - La *factorisation* est un processus par lequel nous exprimons un terme mathématique sous la forme d'un produit de deux expressions mathématiques.
   - Certains le verront un peu comme faire l'inverse de la multiplication.
   - La factorisation la plus simple c'est la factorisation des nombres. (Voir le concept intitulé *La factorisation en nombres premiers*).
   - Voici un exemple:
     $$1\,400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$
     - Nous avons exprimé le nombre $1\,400$ comme un produit de nombres plus simples.
     - Nous disons que nous avons *factorisé* le nombre $1\,400$ en ses facteurs premiers.
     - Les facteurs d'une expression mathématique peuvent parfois nous révéler une caractéristique de l'expression mathématique qui nous est invisible dans la forme où elle se présente.
     - Essentiellement, la factorisation d'une expression mathématique est un processus qui nous aide à mieux comprendre l'expression.
       - Les facteurs sont comme les mots qui forment une phrase que nous avons du mal à comprendre.

2. Nous étudions la technique de factorisation qui est essentiellement l'inverse de la distributivité.

   - Voici quelques exemples. Dans chacun des exemples suivants l'expression à droite est l'expression factorisée.

$$\begin{aligned} 2^7 + 2^5 &= 2^5(2^2+1) \\ 6 - 2\sqrt{2} &= 2\sqrt{2}\left(3\sqrt{2}-1\right) \\ \frac{1}{12}+\frac{1}{3} &= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}+1\right) \end{aligned}$$

- Voici quelques exemples algébriques.

$$\begin{aligned} a^3b^5 + a^2b^6 &= a^2b^5(a+b) \\ \frac{2x^3y}{3} + \frac{x^2y^3}{3} &= \frac{x^2y}{3}\left(2x+y^2\right) \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{3} &= \frac{1}{3}\left(\frac{x}{4}+y\right) \end{aligned}$$

3. Comment faire l'inverse de la distributivité.

   - Pour faire l'inverse de la distributivité il faut avoir devant nous une somme de deux termes mathématiques où chacun de ceux-ci pourra facilement être exprimé comme le produit de deux expressions plus simples. Par exemple:

   $$a^2b^3 + ab$$

   - On trouve un facteur commun aux deux termes. Dans notre exemple:

   $$ab \cdot ab^2 + ab \cdot 1$$

   - On fait ensuite l'inverse de la distributivité.

   $$ab(ab^2 + 1)$$

4. Encore faut-il avoir de bonnes raisons pour factoriser ainsi.

   - Voici quelques exemples où la factorisation s'avère utile pour simplifier une expression.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{2}\cdot 1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\cdot(\sqrt{3}+1) \\ &= \sqrt{3}+1 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\frac{x^3y+3x^3}{x^3} &= \frac{x^3\cdot y + x^3\cdot 3}{x^3}\\
&= \frac{x^3(y+3)}{x^3}\\
&= \frac{x^3}{x^3}\cdot(y+3)\\
&= y+3
\end{aligned}
$$