L'algorithme de la division.

Lorsqu'on divise un entier positif a par un autre entier positif b par le procédé qu'on appelle la *longue division* on obtient un entier q qu'on appelle le *quotient* et un autre entier positif r qu'on appelle le *reste*.

- Par exemple, si on divise l'entier $b = 29$ par l'entier $a = 3$ on obtient le quotient $q = 9$ avec un restant $r = 2$
- Ceci veut dire que si on multiplie 9 par 3 on obtiendra un entier 27 auquel il faudra rajouter 2 pour obtenir 29. On peut écrire

$$29 = 3 \cdot 9 + 2$$

  où 3 est le *diviseur* d de 29, 9 est le *quotient* q de la division $29 \div 3$ et 2 est le restant r.
- L'expression $29 = 3 \cdot 9 + 2$ est tout simplement une autre façon d'écrire $29 \div 3 = 9, r = 2$.
- Nous savons que pour tout nombre entier positif b et un entier positif a il est possible de déterminer précisément combien de *groupes de a* (le *quotient* q de $29 \div 3$) il y a dans b et avec quel restant r. Il n'y a toujours qu'une seule bonne réponse à cette question.

L'algorithme de la division énonce clairement et de façon générale cette règle de la division:

> Pour tout nombre entier positif a et b il existe une seule valeur possible pour le quotient q de $b \div a$ tel que le restant r satisfait $0 \leq r < a$ C'est-à-dire, Pour tout nombre entier positif a et b il existe une seule valeur possible pour q et r telle que $0 \leq r < a$ et
> $$b = aq + r$$

- Dans l'expression $b = aq + r$, a joue le rôle de *diviseur* de b tandis que r joue le rôle de *restant* de la division $b \div a$.

Exemple: Pour les deux nombres entiers 54 et 10 on peut écrire $54 = 5 \cdot 10 + 4$. Ou encore $10 = 0 \cdot 54 + 10$. Dans le premier cas on se réfère à la division $54 \div 10$ tandis que dans le deuxième cas on se réfère à la division $10 \div 54$.