

L'algorithme euclidien pour trouver le plus grand diviseur commun de deux entiers positifs.

En mathématique, un algorithme est une méthode ou une technique nous permettant d'arriver à un résultat voulu. L'*algorithme euclidien* nous offre une autre façon d'obtenir le *plus grand diviseur commun* (PGDC) (voir à la page des Concepts mathématiques le concept PGDC) de deux nombres. Nous illustrons l'algorithme avec l'exemple suivant.

Nous cherchons le PGDC(1053, 481).

- Comme première étape on divise 1053 par 481 en tenant compte du "reste". Soit $1053 \div 481 = 2$ avec reste 91. On peut donc écrire $1053 = 2 \cdot 481 + 91$.
- Comme deuxième étape on divise 481 par le reste 91, soit $481 \div 91 = 5$ reste 26. On peut donc écrire $481 = 5 \cdot 91 + 26$.
- On poursuit le processus, soit $91 \div 26 = 3$ reste 13. On peut écrire $91 = 3 \cdot 26 + 13$
- Finalement $26 \div 13 = 2$ avec reste 0. Donc $26 = 2 \cdot 13 + 0$.
- L'*algorithme euclidien* stipule que:

Le plus grand diviseur commun de 1053 et 481 est le dernier reste, dans ce processus, qui n'est pas égal à zéro.

Dans notre exemple, il s'agit du numéro 13. Donc PGDC(1053, 481) = 13.

- On illustre les étapes les plus importantes ci-dessous:

$$1053 = 2 \cdot 481 + 9$$

$$481 = 5 \cdot 91 + 26$$

$$91 = 3 \cdot 26 + 13$$

$$26 = 2 \cdot 13 + 0.$$

- Voici un deuxième exemple. Trouver le PGDC(126, 91).

$$126 = 1 \cdot 91 + 35$$

$$91 = 2 \cdot 35 + 21$$

$$35 = 1 \cdot 21 + 14$$

$$21 = 1 \cdot 14 + 7$$

$$14 = 2 \cdot 7 + 0.$$

- Selon l'algorithme euclidien, le plus grand diviseur commun de 126 et 91 est le numéro 7.