

La distance entre deux points dans le plan cartésien.

Étant donné deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) dans le plan cartésien on s'aperçoit rapidement que le plan cartésien très bien conçu pour trouver la distance qui sépare ces deux points.

- Il ne suffit que de situer les deux points dans le plan pour ensuite tracer une droite qui les rejoint.
 - La longueur de cette droite représente la distance qui sépare les deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) .
- Ensuite on situe le points (x_2, y_1) .
 - On voit immédiatement que les trois points sont les sommets d'un triangle rectangle et que le segment qui rejoint les deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) forme l'hypoténuse de ce triangle rectangle.

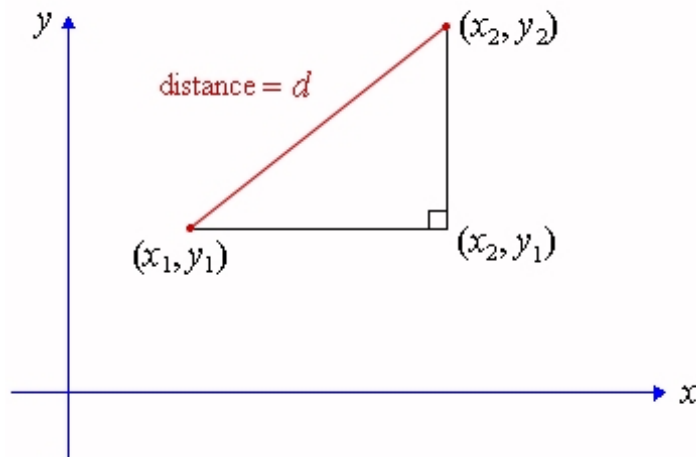


Figure 1: Trouver la distance entre deux points

- Il est ensuite assez facile de trouver la longueur des deux côtés qui ne forment pas l'hypoténuse.
 - Dans le diagramme ci-dessous on voit que la longueur des côtés est $|x_2 - x_1|$ et $|y_2 - y_1|$.
 - * Vous remarquerez qu'on y met des valeurs absolues, tout simplement parce que lorsqu'on mesure des longueurs ou des distances on veut n'utiliser que des valeurs positives.

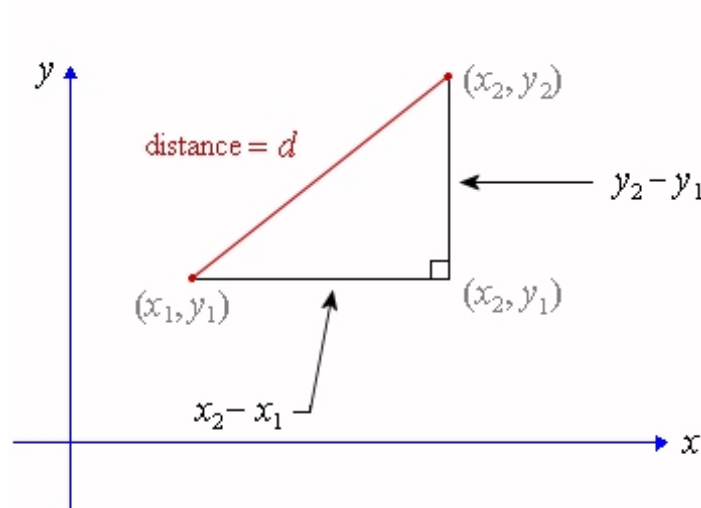


Figure 2: Trouver la distance entre deux points

- Finalement nous appliquons le Théorème de Pythagore qui dit que pour tout triangle rectangle avec longueur de l'hypoténuse c et longueurs des deux autres côtés a et b ,

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ou, de façon équivalente $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

- La distance entre les deux points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) est égale à

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- À noter que

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

puisque, peu importe le signe de $x_2 - x_1$ et $y_2 - y_1$, du fait que le nombre est mis à une puissance de deux élimine toute trace du signe négatif s'il y en a un.

- Aussi, il n'est pas nécessaire de tracer un diagramme lorsqu'on cherche la distance entre deux points, disons (a, b) et (c, d) . Il ne s'agit que de calculer $d = \sqrt{(c - a)^2 + (d - b)^2}$.

Exemple: Calculer la distance qui sépare les deux points $(-7, -2)$ et $(5, 3)$. Situer les deux points dans le plan cartésien.

- Nous trouvons d'abord la longueur des deux côtés.
 - La longueur du premier côté est $5 - (-7) = 12$ et la longueur du second côté est $3 - (-2) = 5$

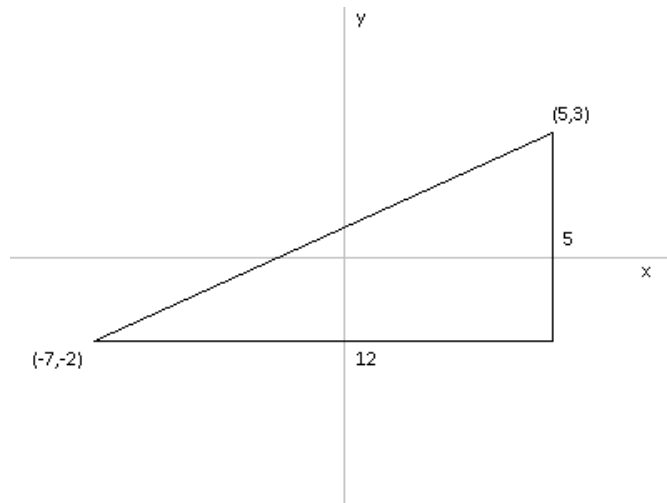


Figure 3: La distance entre deux points

- La distance entre les deux points est

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$$