

Le principe de distributivité

Supposons qu'on nous demande de calculer la valeur de l'expression numérique $3 \cdot (2+5)$.

- On pourrait procéder de différentes façons:

– On pourrait tout simplement écrire:

$$3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 7 = 21$$

– Ou on pourrait également écrire:

$$\begin{aligned} 3 \cdot (2 + 5) &= (2 + 5) + (2 + 5) + (2 + 5) \\ &= 2 + 5 + 2 + 5 + 2 + 5 \\ &= 2 + 2 + 2 + 5 + 5 + 5 \\ &= 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5 \\ &= 6 + 15 \\ &= 21. \end{aligned}$$

- Quoique la première méthode est plus courte et certainement plus simple, la deuxième méthode illustre très bien un principe qu'on appelle le principe de la *distributivité*:

$$3 \cdot (2 + 5) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 5$$

- Nous allons l'illustrer encore une fois mais d'une façon plus succincte:

$$\begin{aligned} 7 \cdot (4 + 6) &= 7 \cdot 4 + 7 \cdot 6 \\ &= 28 + 42 \\ &= 70. \end{aligned}$$

- Le principe de distributivité est un principe très utile surtout lorsque nous voulons simplifier certaines expressions complexes en algèbre.
- Nous définissons de façon formelle le principe de distributivité:

$$\begin{aligned} a \cdot (b + c) &= a \cdot b + a \cdot c \\ &= ab + ac \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b + c) \cdot a &= b \cdot a + c \cdot a \\ &= ba + ca \end{aligned}$$

- Voici quelques exemples:

$$2 \cdot (a + b) = 2a + 2b$$

$$2a \cdot (3 + 4b) = 6a + 8ab$$

$$a \cdot (a - 3) = a^2 - 3a$$

$$(x + 4z) \cdot a = ax + 4az$$

- On peut également “factoriser” on pratiquant l’inverse de la distributivité :

$$7x - 7y = 7(x - y)$$

ou encore

$$\begin{aligned} \frac{3a + 6b}{3} &= \frac{3a + 3 \cdot 2b}{3} \\ &= \frac{3 \cdot (a + 2b)}{3} \\ &= \frac{3}{3} \cdot \frac{(a + 2b)}{1} \\ &= a + 2b \end{aligned}$$

Ainsi en pratiquant l’inverse de la distributivité nous démontrons que $a + 2b$ est une façon plus simple d’écrire l’expression $\frac{3a + 6b}{3}$.

- Tentons d’utiliser le principe de distributivité pour simplifier l’expression $(2 - a)(2 + a)$:

$$\begin{aligned} (2 - a) \cdot (2 + a) &= (2 - a) \cdot 2 + (2 - a) \cdot a \\ &= (2 \cdot 2 - a \cdot 2) + (2 \cdot a - a \cdot a) \\ &= (4 - 2a) + (2a - a^2) \\ &= 4 - 2a + 2a - a^2 \\ &= 4 - a^2 \end{aligned}$$

– Donc $(2 - a)(2 + a) = 4 - a^2$.