Les entiers pairs et impairs.

Les *entiers* sont définis comme étant les nombres $\ldots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$. Pour ce qui suit il suffit de parler seulement des entiers non-négatifs, soient $0, 1, 2, 3, 4, \ldots$

- Les entiers positifs peuvent être subdivisés en deux groupes: ceux qui sont *pairs* et ceux qui ne le sont pas.
- Nous allons prendre le temps de bien définir l'adjectif *pair* :
  - Un entier *pair* en est un qui est égale à 2 fois un autre entier.
  - C'est-à-dire qui a un facteur de 2.
  - Par exemple, on sait que l'entier 24 est pair puisqu'il existe l'entier 12 tel que $24 = 2 \cdot 12$.
  - Donc un nombre entier n est pair que s'il existe un entier k tel que $n = 2k$.
- Il existe des entiers qui ne sont pas des entiers pairs: l'entier 27 n'est pas pair puisqu'il n'existe aucun entier k tel que $27 = 2 \cdot k$.
- Nous appellerons les entiers qui ne sont pas pairs des entiers *impairs*. Il est facile de voir que, pour chaque nombre pair $2k$, son successeur $2k + 1$ est un nombre impair.
  - Pour ceux que ça intéresse. Une preuve que $2k + 1$ est impair:
    * Supposons que $2k + 1$ est pair.
    * Donc il existe un entier h tel que $2k + 1 = 2h$.
    * Donc $2h - 2k = 1$. Et donc $2(h - k) = 1$.
    * Ceci veut dire que $h - k = \frac{1}{2}$.
    * La différence de 2 nombres entiers ne peut pas être $\frac{1}{2}$.
    * On conclut que $2k + 1$ ne peut pas être pair et donc est impair.
- Finalement, on peut dire que l'ensemble de tous les entiers positifs peut étre divisé en deux groupes: si un entier n'est pas pair, c.-à-d. de la forme $2k$, il doit être de la forme $2k + 1$ un nombre impair.