

Le factoriel d'un nombre, $n!$

Étant donné un nombre n le factoriel $n!$ signifie le produit suivant:

$$n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1.$$

Par exemple:

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3\,628\,800$$

$$10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5! = 3\,628\,800$$

Le factoriel d'un entier a tendance à être un nombre qui est très grand. Par exemple, la plupart des calculatrices modernes sont incapables de calculer avec précision la valeur de $50!$ puisque ce nombre dépasse considérablement leur capacité. Calculé avec le logiciel mathématique *Maple 8* on obtient comme valeur de $50!$:

$$50! = 30\,414\,093\,201\,713\,378\,043\,612\,608\,166\,064\,768\,844\,377\,641\,568\,960\,512\,000\,000\,000\,000$$

Il pourrait nous arriver de vouloir calculer le nombre

$$\frac{50!}{47!}$$

Vaut mieux simplifier l'expression avant de tenter le calcul avec la calculatrice. Par exemple:

$$\frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

Il est donc préférable d'écrire:

$$\frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{7!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

Donc

$$\frac{50!}{47!} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47!}{47!} = 50 \cdot 49 \cdot 48 = 117\,600$$