Les nombres négatifs.

Pour la plupart d'entre nous les nombres négatifs font partie de notre expérience quotidienne depuis un très jeune âge, tout particulièrement lorque nous voulons échanger des renseignements sur la température qu'il fait à l'extérieur en hiver.

- On apprend très vite qu'une température de -5 degrés à l'extérieur c'est plus chaud qu'une température de -20, ou que sur le thermomètre le nombre qui se trouve audessous d'un autre indique une température qui est plus froide.
- Aussi on se rend compte assez rapidement pourquoi l'utilisation de nombres négatifs pour parler des températures ambiantes est fort utile: c'est que, si nous tenions absolument à utiliser comme échelle de température celle qui définie le "0 degré" comme étant la température la plus froide qu'il puisse exister dans l'univers, nous serions condamnés à utiliser des nombres comme 293° pour parler de la température ambiante.
- Et si l'utilisation de nombres négatifs nous semble naturelle dans notre vie quotidienne il est aussi normal de vouloir définir les opération d'addition, de soustraction et de multiplication de ces nombres de façons conformes à celle qu'on applique aux nombres "nombres positifs".

Quelques définitions et principes.

- *Définition*: Nous appellerons l'ensemble de tous les nombres, qu'il soient positifs ou négatifs les *nombres relatifs*
- Les nombres négatifs sont accompagnés d'un signe "$-$". Les nombres qui ne sont pas négatifs sont appelés des *nombres positifs* qu'on écrira accompagné d'un signe positif "+" ou tout simplement sans signe.
- *L'ordre des nombres relatifs*: On ordonne tous les nombres relatifs sur une ligne droite. Le symbole "$a < b$" veut dire que " a est à gauche de b" sur la droite, ce qui veut dire que " a est plus petit que b". On ordonne les nombres relatifs selon les règles suivantes:
  - Un nombre négatif est toujours plus petit qu'un nombre positif.
    - Par exemple: $-3 < 2$.
  - Si a et b sont des nombres positifs tels que $a < b \Rightarrow -b < -a$.
    - Par exemple $-21 < -15$ puisque $21 > 15$.
- *Principe de commutativité*: Nous voulons que l'addition de deux nombres a et b soit commutative peu importe le signe de ces nombres. Ceci veut dire que, peu importe le signe de a et b, $a + b = b + a$.

- *Principe de distributivité*: Nous voulons que l'addition et la multiplication respectent le principe de distributivité: c'est-à-dire, pour trois nombres a, b et c, $c \times (a+b) = c \times a + c \times b$.

- Les règles suivantes d'addition, de soustraction et de muliplication des nombres relatifs respectent les principes de commutativité et de distributivité et sont conformes aux règles qui s'appliquent sur les nombres positifs.

> Si u et v sont des nombres positifs,
>
> $$\begin{aligned} u + -v &= u - v \\ -u + v &= v - u \\ -u + -v &= -(u+v) \\ u - -v &= u + v \\ -u - -v &= -u + v \\ -(-u) &= u \\ u \times -v &= -(u \times v) \\ -u \times -v &= u \times v \\ -u &= -1 \times u \end{aligned}$$

- Voici quelques exemples:

$$\begin{aligned} -4+5 &= 1 && (1) \\ 2,5+3,25 &= 5,75 && (2) \\ -10,5+4 &= -6,5 && (3) \\ -11+2 &= -9 && (4) \\ 12+-5 &= 7 && (5) \\ -2,5+-3,25 &= -5,75 && (6) \\ 13+-4 &= 9 && (7) \\ -12+-5 &= -17 && (8) \\ -\frac{2}{3}+\frac{1}{3} &= -\frac{1}{3} && (9) \\ 13+-4 &= 9 && (10) \\ -5+5 &= 0 && (11) \end{aligned}$$

- Quelques autres exemples:

$$
\begin{aligned}
-1+-1 &= -2 && (12)\\
-4-5 &= -9 && (13)\\
-12--4 &= -8 && (14)\\
-1--3 &= 2 && (15)\\
-4\times 5 &= -20 && (16)\\
12\times -4 &= -48 && (17)\\
7\times -3 &= -21 && (18)\\
-12\times -2 &= 24 && (19)\\
-1\times 3 &= -3 && (20)
\end{aligned}
$$